AHORRO DE ENERGÍA MEDIANTE LA TÉCNICA DE TRACKING "HIDDEN REFERENCE"

HENRY ANTONIO MENDIBURU DÍAZ
Ingeniero Electrónico, Magíster en Control y Automatización
henrymendiburu@yahoo.es

Abstract: Esta investigación brinda una técnica que permite lograr la reducción en el nivel de la señal de control aplicada a sistemas que requieren realizar seguimiento a referencias de tipo escalón. Se presenta un ejemplo práctico en el cual se ha aplicado esta técnica, es el caso del control de posición por realimentación de estados de un motor DC. Adicionalmente se presenta un segundo ejemplo consistente en un vehículo autoguiado controlado por control optimal, en el cual se demuestra que esta técnica permite eliminar el chattering en la señal de control del timón. *Copyright © 2004 IFAC.*

Keywords: energía, motor, simulación, referencia, , tracking, trajectórias, vehículo.

1. INTRODUCCIÓN

La velocidad y el comportamiento de la respuesta de un sistema frente a una acción de control están condicionados por la capacidad de los equipos encargados de proporcionar dicha señal de control, esta capacidad esta referida a variables físicas tales como voltaje, corriente, potencia, ángulo, velocidad, fuerza, presión, etc., las cuales a manera de generalización se denominará "energía".

Si se tiene un sistema que debe alcanzar una referencia de tipo escalón, se sabe que una respuesta más rápida y precisa requerirá un mayor consumo de energía. Dicha exigencia abrupta de energía puede ser disminuida reemplazando la referencia escalón por una trayectoria desde un punto inicial hasta un punto final descrito por una recta o por una función sinusoidal, exponencial, u otra; convirtiendo de esta manera, un problema de referencia de tipo escalón en un problema de seguimiento de trayectoria. Lo importante no es seguir dicha trayectoria sino llegar al destino con un tiempo y comportamiento aceptable.

En esta investigación se plantea una función basada en el propio comportamiento del sistema, la cual va a permitir brindar una trayectoria deseada, permitiendo al sistema emplear menos energía, tanto en los picos máximos como en el acumulado total.

2. PLANTEAMIENTO DE LA TÉCNICA "HIDE REFERENCE"

La trayectoria para llegar desde un estado inicial X(to) hasta un estado final X(tf) es obtenida simulando el modelo matemático del sistema en cuestión vía software en una computadora; cada punto obtenido en cada iteración va a permitir conformar una trayectoria deseada, conformándose de esta manera una referencia que varía en cada instante de tiempo, pero que a la vez describe el camino natural que seguiría el sistema.

La función que rige esta técnica es la siguiente:

$$\begin{cases} x(t) \le \beta * Xd \Rightarrow Td(t) = \alpha * \left(Xd - x(t)\right) + XH(t) \\ x(t) > \beta * Xd \Rightarrow Td(t) = Xd \end{cases} \quad (1)$$

Donde:
- x(t), es el estado que se desea controlar
- XH(t), es el valor del estado X entregado por la simulación
- Xd, es el valor deseado para el estado X
- Td(t), es la trayectoria deseada
- α, β, son parámetros de diseño (valor entre 0 y 1)

Como se aprecia, esta función tiene dos etapas: mientras x(t) sea menor-igual a cierto porcentaje (β) del valor deseado, la trayectoria deseada sigue los valores obtenidos por la simulación, pero a la vez se le adiciona cierto porcentaje (α) del error existente entre el estado real y el valor deseado para este; por otro lado cuando x(t) es mayor a cierto porcentaje del valor deseado, la trayectoria deseada es simplemente constante al valor deseado.

Las ganancias o pesos del controlador simulado que permitieron generar la trayectoria deseada pueden ser similares o no a las del controlador real (por motivos de comparación para el presente paper se ha asumido valores similares). Estos deben buscar la mejor respuesta posible (ya sea amortiguada, sub-amortiguada o críticamente-amortiguada), cabe resaltar que dicha respuesta no debe ser sobre-amortiguada, puesto que no se podrían obtener los resultados esperados.

3. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA "HIDDEN REFERENCE"

3.1. Control de Posición de un Motor DC

En este caso se busca llevar la posición angular de un motor DC desde un punto inicial hasta una referencia final. Para ello se ha escogido trabajar con un motor de corriente continua de 40v y 100w (Fig.1).

El motor está sujeto a las siguientes especificaciones técnicas:

- Momento de inercia del motor (J) de 4.326×10^{-5} $Kg.m^2/s^2$
- Fricción motor/ amortiguamiento (b) de 0.1 N.m/s
- Constante de fuerza electromotriz (Ka) de 0.05665 N.m/Amp
- Constante de par del motor (Kt) de 0.0573
- Resistencia de armadura (Ra) de 1.1 ohm
- Inductancia de armadura (La) de 0.0001 H
- Se asume que el rotor y el eje son rígidos

El modelo matemático del motor esta sujeto a las ecuaciones (2) y (3):

$$V(t) = Ra * i(t) + La * \frac{di(t)}{dt} + Ka * \dot{\theta}(t) \qquad (2)$$

$$J * \ddot{\theta}(t) + b * \dot{\theta}(t) = Kt * i(t) \qquad (3)$$

Donde V(t) es el voltaje de entrada (volts), i(t) es la corriente de armadura (Amp), $\theta(t)$ es la posición angular (rad), $\dot{\theta}(t)$ es la velocidad angular (rad/seg), $\ddot{\theta}(t)$ es la aceleración angular (rad/seg^2).

El modelo en espacio-estado del sistema esta dado por la ecuación (4):

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -b/J & Kt/J \\ 0 & -Ka/La & -Ra/La \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/La \end{bmatrix} V \qquad (4)$$

En un primer paso se ha simulado el sistema para alcanzar una referencia escalón (Fig.2), y luego para seguir diferentes trayectorias deseadas. Una primera función utilizada fue una recta con pendiente condicionada a un tiempo final de 0.1 seg, luego de este tiempo la trayectoria se vuelve similar a la posición angular deseada (Fig.3). En un segundo caso se emplea la función cosenoidal en su variante: (–cos + 1), (Fig.4). En un tercer caso la función utilizada fue una onda senoidal, (Fig.5), tanto este caso como el anterior emplean una frecuencia de 2.5 Hz, y cuando alcanzan su amplitud máxima (en $\pi/2$) se sustituye por la posición angular deseada. Finalmente se utiliza la trayectoria "hidden" con parámetros α=0.35 y β=0.96 (Fig.6). La simulación fue hecha para una condición inicial de [0.01,0,0], y una posición angular deseada de 1 rad, con un intervalo de muestreo de 0.005 seg.

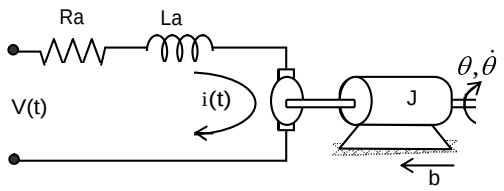

Fig. 1: Esquema del motor DC

Cabe resaltar que si en cualquiera de los tres casos: recta, seno, o coseno, se usara un tiempo mayor antes de volver constante a la referencia, se obtendría un tiempo de establecimiento mayor, lo que no sería factible, puesto que se busca comparar respuestas similares entre todos los casos.

El control es por realimentación de estados con ganancias [0.0003, 0.3390, -1.3267]. Los resultados obtenidos se muestran en las siguientes figuras:

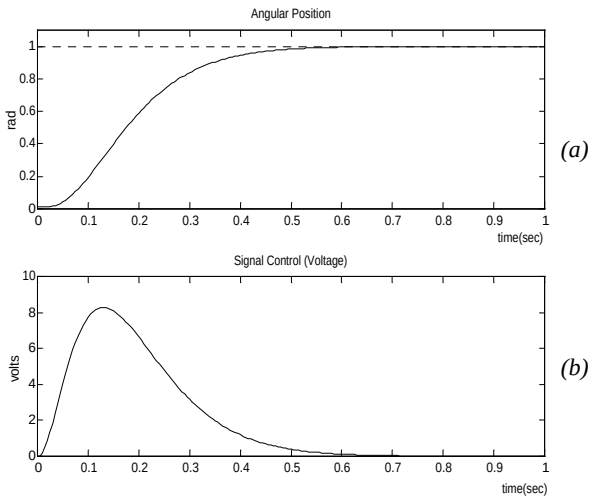

Fig. 2: Respuesta ante una referencia FUNCIÓN ESCALÓN. (a) Posición angular (solid), Referencia deseada (dashed). (b) Señal de control o voltaje de armadura.

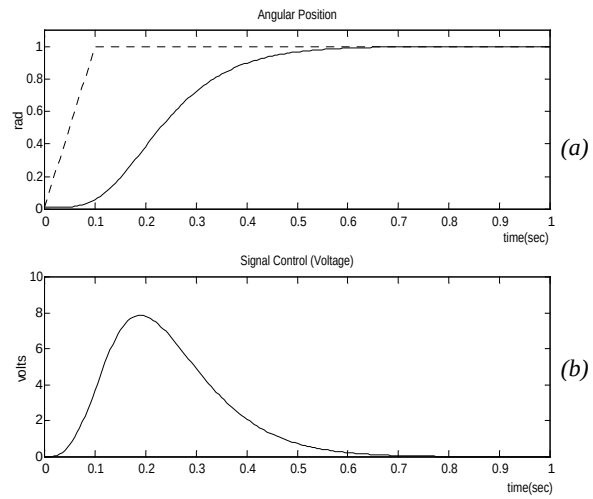

Fig. 3: Respuesta ante una referencia FUNCIÓN RECTA. (a) Posición angular (solid), Referencia deseada (dashed). (b) Señal de control o voltaje de armadura.

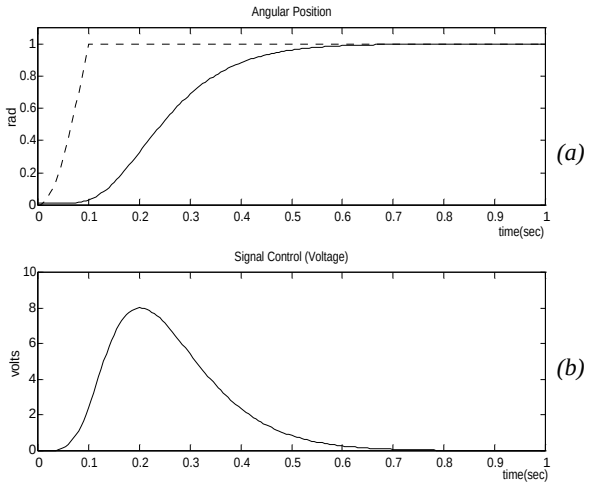

Fig. 4: Respuesta ante una referencia FUNCIÓN COSENOIDAL. (a) Posición angular (solid), Referencia deseada (dashed). (b) Señal de control o voltaje de armadura.

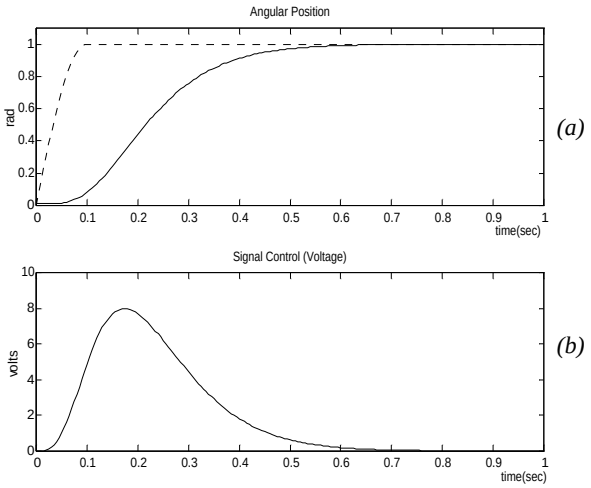

Fig. 5: Respuesta ante una referencia FUNCION SENOIDAL. (a) Posición angular (solid), Referencia deseada (dashed). (b) Señal de control o voltaje de armadura

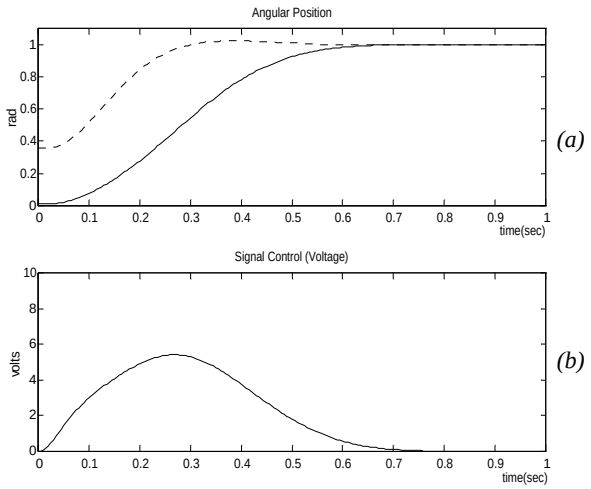

Fig. 6: Respuesta ante una referencia FUNCION "HIDDEN REFERENCE". (a) Posición angular (solid), Referencia deseada (dashed). (b) Señal de control o voltaje de armadura

Tabla 1: Resumen de Resultados: Motor DC. (*)

	Vmax	Pmax	Pacc	Ts
Escalón	8.25	60.24	1977	0.62
Recta	7.86	54.58	1862	0.67
Seno	9.97	54.11	1897	0.66
Coseno	8.01	56.64	1900	0.68
Hide	5.42	25.91	1388	0.67

(*) Vmax – voltaje máximo (volt)
Pmax – potencia máxima (watts)
Pacc – potencia acumulada (watts)
Ts – tiempo de establecimiento (seg))

3.2. Control de Ubicación de un Vehículo Autoguiado

En esta oportunidad se busca eliminar el comportamiento oscilatorio o chattering de la señal de control, esto se consigue aplicando el método expuesto "hidden reference".

Haciendo una modificación en la señal de control se puede conseguir que el tiempo o espacio requerido para llegar al destino sea menor, para ello se le sumó la función $\lambda(t)$ mientras el valor de la posición actual sea menor al valor de la posición deseada. Esta función (5) permite reducir el tiempo de establecimiento del sistema.

$$\lambda(t) = \frac{YH(t)}{Y(t)} * \left(Y(t) - YH(t)\right) \qquad (5)$$

Donde:
- YH(t), es la posición simulada (m)
- Y(t), es la posición real (m)
- $\lambda(t)$, función de control (radianes)

Se cuenta con un vehículo de longitud (L) 0.5 m, que se mueve a una velocidad constante (v) de 3 m/s, el vehículo esta ubicado en un plano XY y se dirige hacia una posición deseada en el eje Y. El timón del vehículo tiene un ángulo máximo de 30º. (Fig. 7)

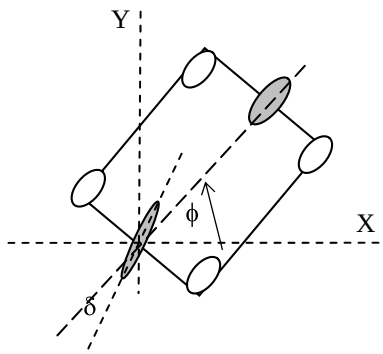

Fig. 7: Esquema del vehículo autoguiado

El modelo matemático del sistema esta dado por las ecuaciones (6), (7), y (8):

$$\dot{x} = v * \cos(\phi) \quad (6)$$

$$\dot{y} = v * \sin(\phi) \quad (7)$$

$$\dot{\phi} = -\frac{v}{L} * \tan(\delta) \quad (8)$$

Usando linealización input-state se obtiene la siguiente ley de control:

$$\delta = \arctan\left(\frac{-L}{v^2 \sin(\phi)} * K_1 * (y - yd) + K_2 * v * sen(\phi) \right) \quad (9)$$

Donde:

- x, es el desplazamiento en el eje X (m)
- y, es el desplazamiento en el eje Y (m)
- yd, es la posición deseada en el eje Y (m)
- ϕ, es el ángulo de inclinación del vehículo (rad)
- δ, es el ángulo del timón (rad)
- K_1, K_2, son parámetros (ganancias) de control

Se ha simulado el sistema para una condición inicial de [10,10] con ϕ=45º, y se busca una posición deseada en el eje Y de 40 m con ϕ=0º. El controlador optimal arroja las ganancias K_1 = 1.35, K_2 = 2.2, el intervalo de muestreo es de 0.05 seg.

A continuación se muestran los resultados de las simulaciones. En un primer caso (Fig.8) se muestra la respuesta y señal de control del sistema bajo el control optimal (referencia escalón)

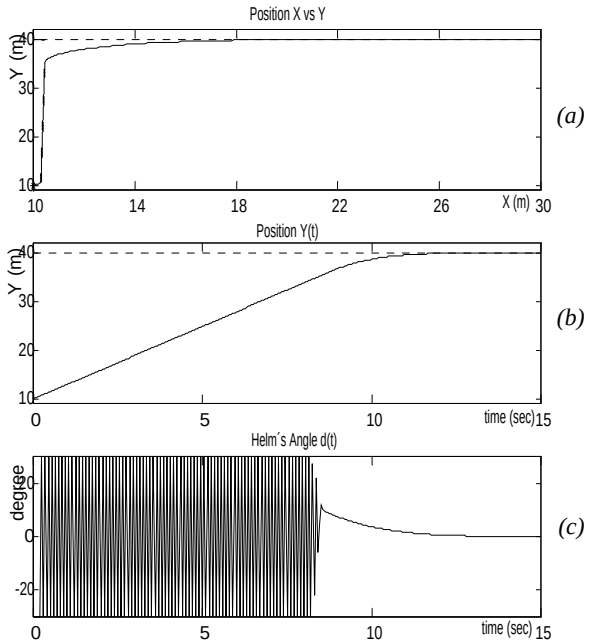

Fig. 8: Simulación usando CONTROL OPTIMAL. (a) Posición en plano XY (solid), Referencia (dashed). (b) Posición Y(t) (solid), Referencia (dashed). (c) Ángulo del timón vs tiempo.

En un segundo caso (Fig.9) se muestra la respuesta y señal de control del sistema aplicando el método hidden reference, se utiliza la trayectoria "hidden" con parámetros α=0.15 y β=0.9.

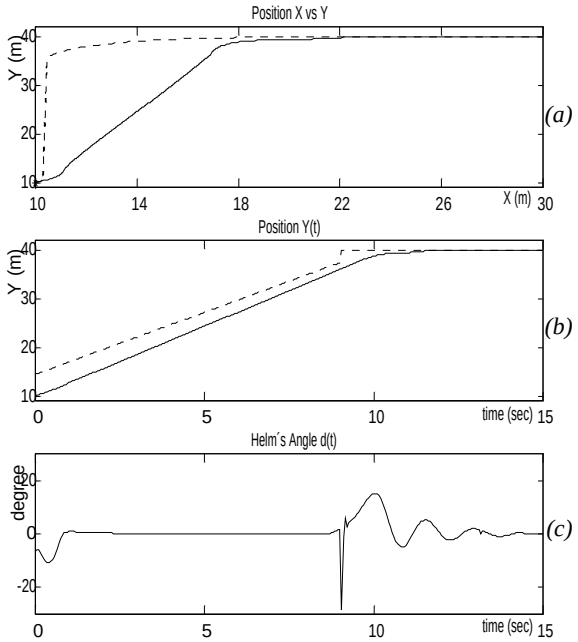

Fig. 9: Simulación usando HIDDEN REFERENCE. (a) Posición en plano XY (solid), Caso-1 (dashed). (b) Posición Y(t) (solid), Referencia (dashed). (c) Ángulo del timón vs tiempo.

En un tercer caso (Fig.10) se presenta la respuesta y señal de control del sistema aplicando una función recta como trayectoria de referencia, con pendiente condicionada a un tiempo final de 7 seg.

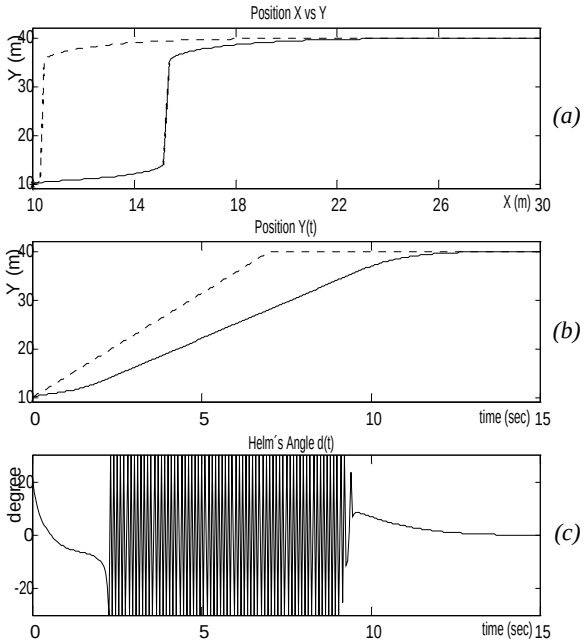

Fig. 10: Simulación usando FUCIÓN RECTA. (a) Posición en plano XY (solid), Caso-1 (dashed). (b) Posición Y(t) (solid), Referencia (dashed). (c) Ángulo del timón vs tiempo.

Tanto el segundo como el tercer caso no alcanzan la velocidad de respuesta del primer caso, por tanto en un cuarto caso (Fig.11) se muestra el comportamiento del sistema bajo control optimal pero obteniendo una respuesta similar al segundo y tercer caso para facilitar las comparaciones (K_2=2.56).

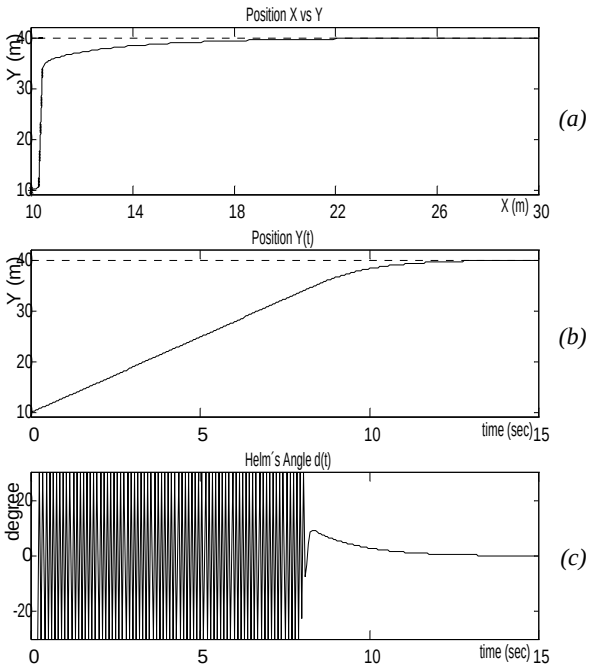

Fig. 11: Segunda simulación usando CONTROL OPTIMAL. (a) Posición en plano XY (solid), Referencia (dashed). (b) Posición Y(t) (solid), Referencia (dashed). (c) Ángulo del timón vs tiempo.

Tabla 2: Resumen de Resultados: Vehículo Autoguiado (*)

	Y(x)	Y(t)
Caso 1	17.8	11.6
Caso 2	22.0	11.5
Caso 3	22.7	12.5
Caso 4	22.0	12.8

(*) Y(x) – trayectoria de Y en función al eje X (posición de establecimiento en plano XY, metros)
Y(t) – trayectoria de Y en función al tiempo (tiempo de establecimiento, segundos)

4. CONCLUSIONES

- Esta técnica emplea el conocimiento que brinda un sistema simulado por computador, acerca de la respuesta de dicho sistema ante un estímulo conocido.

- Consiste en convertir un problema de referencia final, en un problema de seguimiento de trayectoria, donde lo importante no es seguir dicha trayectoria sino llegar desde el extremo inicial hasta el extremo final, con un comportamiento similar a la respuesta del sistema simulado.

- La reducción de energía se logra sustituyendo los picos de energía máximos por curvas de baja y constante amplitud.

- La simulación del sistema no debe brindar una respuesta de tipo sobre-amortiguada.

- Este método se aplica solo cuando se requiere seguir referencias de tipo escalón.

5. REFERENCIAS

Burg, T.C., Dawson, D.M., and J. Hu. (1994). Velocity tracking control for a separately excited DC motor without velocity measurements. *American Control Conference* pp. 1051-1056.

Frank, P.M. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analitical and knowledge based redundancy: a survey and some new results. *Automatica* **26(3),** 459–474.

Galler, D. and A. Kusko (1983). Control means for minimization of losses in AC and DC motor drives. *IEEE transactions on industry applications* **IA-19(4)**, 561-570.

Preuss, H.P. (1982). Perfect steady-state tracking and disturbance rejection by constant state feedback. *International Journal of Control*, **35(1)**, 75-93.